УДК 519.6

РАВНОВЕСНЫЕ МОДЕЛИ В БЕСПРОВОДНЫХ СЕТЯХ С ДВИЖУЩИМИСЯ УЗЛАМИ [1)]

И.В. КОННОВ, О.В. ПИНЯГИНА

Казанский (Приволжский) федеральный университет

E-mail Igor.Konnov@kpfu.ru; Olga.Piniaguina@kpfu.ru

EQUILIBRIUM MODELS OF WIRELESS NETWORKS WITH MOVING USERS

I.V. KONNOV, O.V. PINYAGINA

Kazan Federal University

Аннотация

Рассматривается общая задача оценивания устойчивого распределения потоков в беспроводной телекоммуникационной сети с движущимися абонентами. Используя приближенные значения частот для координат узлов сети и условия равновесия, мы формулируем данную проблему в виде нестационарного вариационного неравенства, которое, в свою очередь, может быть сведено к задаче оптимизации. Последовательность решений таких приближенных задач с заданными погрешностями сходится к решению "предельной"задачи.

Ключевые слова: Беспроводные телекоммуникационные сети, движущиеся узлы, распределение потоков, равновесный подход, нестационарная оптимизация, итеративные методы.

Summary

We consider a general problem of evaluation of a stable flows distribution in a wireless communication network with moving nodes. By using approximations of frequency values for nodes coordinates and equilibrium conditions we formulate the above problem as a non-stationary variational inequality which also reduces to an optimization one. By solving each approximate problem within some tolerances we create a sequence tending to a solution of the desired "limit"problem.

Key words: Communication wireless networks, moving nodes, flows distribution, equilibrium approach, non-stationary optimization, iterative methods.

В современных беспроводных телекоммуникационных сетях создается много новых информационных служб для пользователей, с широкой доступностью и лучшим качеством. В то же время эффективное управление этими сетями сталкивается с рядом новых проблем в силу таких специфических особенностей, как отсутствие постоянных связей между узлами, перемещение узлов, ограниченность заряда батарей, что отличает их от обычных проводных сетей (см., например. [1]). В силу стохастического поведения узлов сети и отсутствия какого-либо центра принятия решений, большинство применяемых методов для этих задач являются преимущественно эвристическими и используют симуляционные процедуры.

В данной статье мы применяем равновесный подход для получения более эффективных управляющих решений. Задача распределения потоков в телекоммуникационной сети с движущимися узлами формулируется с помощью равновесного подхода как нестационарное вариационное неравенство. Этот подход представляет собой дальнейшее развитие идей из [2], где каждый движущийся узел трактуется как независимая Марковская цепь, и позволяет охватить более общий класс приложений. Решая последовательность приближенных задач с заданной точностью, мы получаем последовательность потоков, сходящуюся к решению исходного вариационного неравенства.

[1)] Работа выполнена при поддержке РФФИ (проект 13-01-00029а.)

Модель определяется на сети, содержащей конечное число узлов (пользователей) $\mathcal{N}$, которые перемещаются в пределах прямоугольной области $\mathcal{R}$. Эта область $\mathcal{R}$ представлена матрицей $m \times n$, состоящей из одинаковых квадратных ячеек c_{ij}, $i = 1, \dots, m$, $j = 1, \dots, n$. Далее, мы выбираем подмножество пар "источник-адресат" (origin-destination или O/D для краткости) $\mathcal{W}$ из множества всех пар узлов $\mathcal{W} \subseteq \mathcal{N} \times \mathcal{N}$. На временной оси через равные промежутки зададим моменты времени $t = 1, 2, \dots$ и будем рассматривать состояния системы в эти моменты. Каждый узел может изменять свое местоположение один раз в течение каждого интервала времени $[t; t+1)$. С каждой O/D-парой $w \in \mathcal{W}$ связываем неотрицательную величину потока $b_w^{(t)}$, зависящую от момента t.

Текущее состояние пользователя i в момент t описывается матрицей

$$P^{(i,t)} = \left(\pi_{kl}^{(i,t)}\right) \tag{1}$$

где $\pi_{k,l}^{(i,t)}$ представляет собой матрицу текущих вероятностей для i-го пользователя находиться в ячейке c_{kl} в момент t, $k = 1, \dots, m$, $l = 1, \dots, n$. Таким образом, если i-ый пользователь $s(t)$ раз попадал в ячейку c_{kl} в моменты $r = 1, 2, \dots, t$, то $\pi_{k,l}^{(i,t)} = s(t)/t$. Ясно, что

$$\sum_{k=1}^{m} \sum_{l=1}^{n} \pi_{kl}^{(i,t)} = 1$$

для всех i и t. Начальная матрица $P^{(i,1)}$ может быть определена следующим образом

$$\pi_{kl}^{(i,1)} = \begin{cases} 1 & \text{если } i\text{-ый пользователь находится в ячейке } c_{kl}, \\ 0 & \text{иначе.} \end{cases}$$

Предположим, что при $t \to \infty$ последовательность матриц $\left\{P^{(i,t)}\right\}$ стремится к некоторой устойчивой (предельной) матрице распределения вероятностей

$$\bar{P}^{(i)} = \left(\bar{\pi}_{kl}^{(i)}\right)$$

для всех $i \in \mathcal{N}$, а последовательность величин потоков $\{b_w^{(t)}\}$ стремится к некоторому предельному значению $\bar{b}_w$ для всех $w \in \mathcal{W}$, соответственно.

Опишем поведение системы в этом предельном состоянии. При известной матрице $\bar{P}^{(i)}$, введем "порог слышимости" γ и для каждой пары узлов i, j рассчитаем среднее расстояние

$$u_{ij} = \sum_{k=1}^{m} \sum_{l=1}^{n} \sum_{\varkappa=1}^{m} \sum_{\lambda=1}^{n} \bar{\pi}_{kl}^{(i)} \bar{\pi}_{\varkappa\lambda}^{(j)} \rho((k,l),(\varkappa,\lambda)),$$

где $\rho((k,l),(\varkappa,\lambda))$ означает расстояние между центрами ячеек (k,l) и $(\varkappa,\lambda)$. Таким образом, если $u_{ij} \leqslant \gamma$, то дуга $a = (i,j)$ включается в множество дуг сети $\bar{A}$. Определяем матрицу взаимосвязи дуг и путей $\bar{A}$ с элементами

$$\bar{\alpha}_{pa} = \begin{cases} 1 & \text{если дуга } a \text{ входит в путь } p, \\ 0 & \text{иначе;} \end{cases}$$

теперь для каждой O/D пары $w \in \mathcal{W}$ мы можем определить множество путей $\bar{\mathcal{P}_w}$, соединяющих источник и адресат. Тогда допустимое множество потоков по путям определяется следующим образом:

$$\bar{X} = \left\{ x \,\middle|\, \sum_{p \in \bar{\mathcal{P}_w}} x_p = \bar{b}_w, x_p \geqslant 0,\ p \in \bar{\mathcal{P}_w}, w \in \mathcal{W} \right\}. \tag{2}$$

Отсюда можем определить величины потоков по дугам

$$f_a = \sum_{w \in \mathcal{W}} \sum_{p \in \bar{\mathcal{P}_w}} \bar{\alpha}_{pa} x_p \tag{3}$$

для всех $a \in \bar{\mathcal{A}}$. Полагаем, что для каждой дуги $a = (i,j)$ и для каждой пары ячеек (k,l) и $(\varkappa,\lambda)$ мы знаем непрерывные функции затрат $T_a^{\{(k,l),(\varkappa,\lambda)\}}$, величины которых $T_a^{\{(k,l),(\varkappa,\lambda)\}}(f_a)$ означают время прохождения дуги a, когда пользователь i находится в ячейке (k,l), пользователь j — в ячейке $(\varkappa,\lambda)$, а величина потока по этой дуге равна f_a. Суммарные затраты для вектора x по каждому пути p имеют вид:

$$\bar{G}_p(x) = \sum_{k=1}^{m}\sum_{l=1}^{n}\sum_{\varkappa=1}^{m}\sum_{\lambda=1}^{n}\left(\sum_{a=(i,j)\in\bar{\mathcal{A}}} \bar{\pi}_{kl}^{(i)}\bar{\pi}_{\varkappa\lambda}^{(j)}\bar{\alpha}_{pa}T_a^{\{(k,l),(\varkappa,\lambda)\}}(f_a)\right).$$

Задача сетевого равновесия может быть сформулирована в виде вариационного неравенства (см., например, [3, 4]): найти точку $x^* \in \bar{X}$ такую, что

$$\langle \bar{G}(x^*), x - x^* \rangle = \sum_{w\in\mathcal{W}}\sum_{p\in\bar{\mathcal{P}_w}} \bar{G}_p(x^*)(x_p - x_p^*) \geqslant 0 \quad \forall x \in \bar{X}. \tag{4}$$

Кроме того, в силу интегрируемости T_a, можно переформулировать задачу (2)–(4) в виде соответствующей оптимизационной задачи.

Однако, предельные матрицы $\bar{P}^{(i)}$ нам неизвестны, и мы не можем решить задачу (2)–(4) напрямую. Тем не менее, мы можем использовать аппроксимации исходной задачи в моменты времени t в виде матриц $P^{(i,t)}$ из (1) для $t = 1, 2, \dots$ Соответствующая приближенная формулировка для "предельной" равновесной задачи (4) в момент t также может быть записана в виде вариационного неравенства: найти точку $x^{(t,*)} \in X^{(t)}$ такую, что выполняется условие

$$\langle G^{(t)}(x^{(t,*)}), x^{(t)} - x^{(t,*)} \rangle = \sum_{w\in\mathcal{W}}\sum_{p\in\mathcal{P}_w^{(t)}} G_p^{(t)}(x^*)(x_p^{(t)} - x_p^{(t,*)}) \geqslant 0 \quad \forall x^{(t)} \in X^{(t)}; \tag{5}$$

где $X^{(t)}$, $G^{(t)}$ и $\mathcal{P}_w^{(t)}$ представляют собой аппроксимации величин $\bar{X}$, $\bar{G}$ и $\bar{\mathcal{P}_w}$, соответственно.

Таким образом, вместо предельного вариационного неравенства (4) мы имеем последовательность его аппроксимаций в форме (5) для $t = 1, 2, \dots$ Сходимость последовательности неточных решений приближенных задач к решению предельной задачи при достаточно нестрогих условиях были доказаны в работе [5].

Опираясь на вышеизложенные результаты, мы предлагаем двухуровневый метод решения для основного вариационного неравенства (4), который последовательно собирает информацию о поведении пользователей в сети. Каждая итерация метода верхнего уровня соответствует некоторому моменту времени t, в то время как метод нижнего уровня решает t-ое приближенное вариационное неравенство (5) с некоторой точностью. В качестве метода нижнего уровня возьмем, например, метод проекции градиента (см. [3, 4, 6]) и назовем его Алгоритмом P.

Метод верхнего уровня.

Шаг 0. Пусть заданы число $\delta > 0$, последовательность положительных чисел $\{\varepsilon_t\}$ и начальная матрица вероятностей $P^{(i,1)}$ для всех $i \in \mathcal{N}$. Положим $t = 1$ и выберем начальную точку $y^{(1)} \in X^{(1)}$.

Шаг 1. Начиная с точки $y^{(t)}$, решаем вариационное неравенство (5) Алгоритмом P с точностью ε_t и получаем приближенное решение задачи $x^{(t,\varepsilon_t)}$.

Шаг 2. Выполняем переход к следующему состоянию системы. Определяем новые местоположения узлов сети и рассчитываем матрицы $P^{(i,t+1)}$ для всех $i \in \mathcal{N}$.

Шаг 3. Если $\|P^{(i,t)} - P^{(i,t+1)}\| < \delta$ для всех $i \in \mathcal{N}$, это значит, что мы достигли заданной точности вычислений, итерационный процесс останавливается. В противном случае полагаем $y^{(t+1)} = x^{(t,\varepsilon_1)}$, $t = t + 1$ и переходим к шагу 1.

Были проведены численные эксперименты на тестовых задачах для предложенного метода, с разными значениями размерности и точности вычислений. Проведенные вычисления подтвердили применимость предложенного подхода для беспроводных сетей с динамической структурой.

ЛИТЕРАТУРА

1. **Cheng X., Huang X., Du D.-Z., Eds.** Ad Hoc Wireless Networking. — Dordrecht: Kluwer, 2004.
2. **Konnov I.V., Kashina O. A.,** Optimization based flow control in communication networks with moving nodes // Proc. of The Fourth Moscow Conf. on Operat. Res. (MaxPress, Moscow, 2004). — P. 116—118.
3. **Nagurney A.** Network Economics: A Variational Inequality Approach. — Dordrecht: Kluwer, 1999.
4. **Konnov I.V.** Equilibrium Models and Variational Inequalities. — Amsterdam: Elsevier, 2007.
5. **Konnov I.V.** Application of penalty methods to non-stationary variational inequalities // Nonl. Anal. — 2013. — V. 92, № 1. — P. 177—182.
6. **Bertsekas D.** Projection methods for variational inequalities with application to the traffic assignment problem // Math. Progr. Study. — 1982. — V. 17. — P. 139—159.

REFERENCES

1. **Cheng X., Huang X., Du D.-Z., Eds.** Ad Hoc Wireless Networking. — Dordrecht: Kluwer, 2004.
2. **Konnov I.V., Kashina O. A.,** Optimization based flow control in communication networks with moving nodes // Proc. of The Fourth Moscow Conf. on Operat. Res. (MaxPress, Moscow, 2004). — P. 116—118.
3. **Nagurney A.** Network Economics: A Variational Inequality Approach. — Dordrecht: Kluwer, 1999.
4. **Konnov I.V.** Equilibrium Models and Variational Inequalities. — Amsterdam: Elsevier, 2007.
5. **Konnov I.V.** Application of penalty methods to non-stationary variational inequalities // Nonl. Anal. — 2013. — V. 92, № 1. — P. 177—182.
6. **Bertsekas D.** Projection methods for variational inequalities with application to the traffic assignment problem // Math. Progr. Study. — 1982. — V. 17. — P.139—159.